

**EMALCA Bolivia 2004**  
**Cochabamba, 31 de mayo a 12 de junio**  
**Relatório**

La Unión Matemática de América Latina y el Caribe (UMALCA) y el Instituto do Milênio – Avanço Global de Matemática, en coordinación con la Carrera de Matemática de la Universidad Mayor de San Simón y la Sociedad Boliviana de Matemática, realizaron la EMALCA Bolivia 2004 entre el 31 de mayo y el 12 de junio de 2004, en la Carrera de Matemática de la Universidad Mayor de San Simón, Cochabamba, Bolivia.

Han sido ministrados 3 cursos, con duración de 10 horas cada uno, direccionados a estudiantes de final de Grado o comienzo de Maestría, de Bolivia y países vecinos:

1. Dr. Carlos Gustavo Moreira (Brasil): Aritmetica y Teoria de los Números
2. Dr. Bernardo San Martin (Chile): Introducción a los Sistemas Dinamicos
3. Dr. Luciano Irineu (Brasil): Metodos Probabilisticos en Economia Matemática

Al final se indican los programas de los cursos.

Los coordinadores indicados por la UMALCA han sido

Dr. Abramo Hefez (Brasil) [hefez@mat.uff.br](mailto:hefez@mat.uff.br)

Dr. Bernardo San Martin (Chile) [sanmarti@socompa.ucn.cl](mailto:sanmarti@socompa.ucn.cl)

y el comite organizador en Bolivia estuvo integrado por:

Licenciado Prof. Santiago Sologuren y Licenciado Prof. Gualberto Cupé

### **Santiago Sologuren – SoBolMat**

En representación de la Sociedad Boliviana de Matemática, trasmito la gran satisfacción que ha significado para nosotros el ser sede de la Escuela Latinoamericana de Matemática 2004.

Existieron problemas de comunicación con la Sociedad Peruana de Matemática, razón por la que no pudieron comunicar a las carreras de matemática de ese país. Sólo asistió un estudiante del Perú. También asistió una estudiante boliviana que estaba en Chile. Sin embargo, el impacto que tuvo la escuela en los cuarenta estudiantes que participaron en la misma fue grande. Todos estuvimos de acuerdo en que el nivel de los disertantes fue magnífico.

Asistieron a la Escuela estudiantes de las tres carreras de matemática que existen en el país (La Paz, Cochabamba y Potosí). Los estudiantes son conscientes que la prueba que se realizó al finalizar el examen, representó una referencia a nivel internacional que sabrán tomar en cuenta.

En síntesis, la ELAM 2004 ha sido un éxito en lo que respecta a Bolivia. Agradecemos sinceramente a UMALCA y a el Instituto do Milênio-Avanço Global da Matemática, que posibilitaron su realización y esperamos que a mediano plazo Bolivia pueda ser nuevamente la sede de este importante evento de formación matemática a nivel universitario.

## **Bernardo San Martín Rebolledo**

Durante el periodo indicado dicte el cursillo “Introducción a los Sistemas Dinámicos: Recurrencias y pozos”, con el cual pretendí introducir algunos conceptos básicos de esta teoría. Para darle un carácter motivador, se puso especial énfasis en los ejemplos y sus aplicaciones. Por este motivo me fue imposible cumplir con el programa originalmente planeado, el cual se cubrió en más del 75%.

Un aspecto positivo a destacar es la actitud de los estudiantes, pues a pesar que muchos de los conceptos le eran totalmente nuevos (algunos de ellos de muy difícil madurez en el corto tiempo que dispusimos), no se desanimaron y dieron su mejor esfuerzo. Las calificaciones obtenidas en el examen de sistemas dinámicos, así como las de los otros cursillos, se adjuntaron en un informe previo.

Como actividad conjunta a la EMALCA, se organizó el encuentro de la SoBolMat donde dicte la Charla “Atractores de Lorenz, Bifurcaciones homoclínicas y campos polinomiales de bajo grado”

Según mi opinión, las metas de la EMALCA-Bolivia (incentivar la matemática Boliviana y la búsqueda de talentos), se cumplieron satisfactoriamente.

## **Carlos Gustavo Moreira**

Dei um minicurso intitulado “Introducción a la teoría de los números”, no qual apresentei alguns tópicos relativamente elementares do assunto: Congruências, o teorema de Euler, raízes primitivas, reciprocidade quadrática, a equação de Pell, aproximações diofantinas: frações contínuas, o teorema de Khintchine, comentários sobre o espectro de Lagrange, versões fracas do teorema dos números primos, comentários sobre testes de primalidade e criptografia RSA. O curso teve 10 aulas de uma hora, e a frequência dos alunos foi muito boa, e se manteve assim até o fim do curso. Havia alguns alunos particularmente interessados, que faziam perguntas boas. Houve um teste, cujos resultados se encontram no relatório do Prof. Luciano. O aluno que mais se destacou em meu curso foi Fernando del Carpio.

No encontro da SoBolMat, atividade paralela à EMALCA, dei uma conferência intitulada “Conjuntos de Cantor, dinâmica y aritmética”.

Considero esta EMALCA bem sucedida, e creio que pode ter um efeito bastante positivo para o desenvolvimento da matemática na Bolívia. Os cursos do Prof. Luciano e do Prof. Bernardo foram muito interessantes e motivaram bastante os alunos.

## **Luciano Irineu de Castro Filho**

**Curso:** Durante o período acima mencionado, ministrei o curso “Métodos Probabilísticos en Economía Matemática”, com o subtítulo: “Elecciones bajo Incertidumbre”. O curso começou com uma introdução a preferências e probabilidades. Em seguida, estabeleci os fundamentos da Teoria de Utilidade Esperada, e mostrei aplicações da Teoria, especialmente em Finanças. O curso teve um caráter de motivação, embora tenha sido rico em exercícios de razoável dificuldade. Isso propiciou uma discriminação do desempenho dos alunos, sem perder de vista o aspecto do estímulo.

É de se destacar que a totalidade dos alunos desconhecía a matéria do curso, uma vez que não está dentro do programa básico da licenciatura em Matemática. Isso auxiliou a despertar para aspectos desconhecidos da Matemática Aplicada.

**Alunos:** Um aspecto positivo a ser destacado foi a constância dos alunos. A frequência não decaiu ao longo das duas semanas, como é normal acontecer nesse tipo de curso.

Para avaliar os alunos, a princípio deixamos exercícios e chamava no dia seguinte a quem tinha resolvido para fazê-lo no quadro. No entanto, observamos que muitos eram muito tímidos. Então, chegou-se à conclusão que seria mais justo e proveitoso realizar uma prova.

A prova confirmou alguns nomes de alunos que já estavam se destacando, enquanto revelou outros mais discretos. Em Economia Matemática, os que mais se destacaram foram: Carlos F. de la Torre A., Claudia Saavedra, Cristina Manzane de Herrera e Rudy Wilfredo Mayta Callisaya. Veja-se, porém, a lista com todas as notas, no arquivo anexo.

Observe-se ainda que apenas 24 alunos compareceram no dia da prova, enquanto aproximadamente 39 frequentaram as aulas. Destaque-se também que alguns deles não entregaram nada em alguma das 3 provas.

**Atividades Extras:** Além dos trabalhos corrente da EMALCA, ministrei a palestra: “Subastas: Fundamentos y Aplicaciones”, num encontro de matemáticos bolivianos, em 4 de junho, e novamente na Universidade Privada Boliviana, na manhã do dia 11 de junho, para alunos de graduação, a convite da Profa. Evelyn Alvarez. Esta professora também solicitou um problema para a tese de graduação do aluno Carlos La Torre – que foi quem obteve a maior média nas 3 provas – e indiquei um problema em leilões, explicando-lhes o que deveria ser feito e me dispondo a co-orientar o trabalho.

**Conclusão:** Acho que o projeto foi proveitoso para motivar os alunos e destacar os mais capazes.

## Resultados do Exame

Nome	Notas			
	Probabilidade - Economia	Aritmética	S. Dinâmicos	Média
<b>Carlos F. de la Torre A.</b>	<b>10,00</b>	<b>4,00</b>	<b>5,50</b>	<b>6,50</b>
<b>Marco A. Colque</b>	<b>7,00</b>	<b>4,90</b>	<b>5,00</b>	<b>5,63</b>
<b>Hector Flores Callisaya</b>	<b>6,25</b>	<b>3,40</b>	<b>7,00</b>	<b>5,55</b>
<b>Veronica Yupanqui</b>	<b>6,25</b>	<b>3,40</b>	<b>7,00</b>	<b>5,55</b>
<b>Mery Arcibih Mamani</b>	<b>6,25</b>	<b>1,60</b>	<b>7,00</b>	<b>4,95</b>
Saúl Quispe Mendoza	4,75	4,90	4,00	4,55
Mayra Alfaro	5,50	4,00	4,00	4,50
<b>Rudy Wilfredo Mayta Callisaya</b>	<b>8,47</b>	<b>4,00</b>	<b>1,00</b>	<b>4,49</b>
Sonia Muñoz Ortega	6,25	4,80	1,00	4,02
<b>Fernando Del Carpio</b>	<b>5,50</b>	<b>6,50</b>		<b>4,00</b>
Cristina Manzane de Herrera	8,50	3,40		3,97
Rodriguez Mendoza Andrés R.	3,40	3,90	4,00	3,77
Ronald Wilson Choque	6,25	4,00		3,42
Hebe Condori Cauna	5,50	4,00		3,17
Claudia Saavedra	9,25			3,08
Marcelo Choque Cruz	5,50	3,10		2,87
Filomena Marino Huaranca	4,00	1,60	1,00	2,20
Germán Llanos Ympa	4,00	1,50	1,00	2,17
Nelson Rodrigo Perez Atahuachi		5,50		1,83
Karina Villanoel	1,00	2,50	1,00	1,50
Alvaro Quelali Calle	1,00	1,60	1,00	1,20
Norah Arce	1,00	1,60	1,00	1,20
Freddy Choque Alcon		1,60	1,00	0,87
Roberto Quispe Condori	1,00	1,60		0,87
Lidia Condovi Condovi	1,00		1,00	0,67
<b>Médias</b>	<b>4,70</b>	<b>3,10</b>	<b>2,10</b>	<b>3,30</b>

Observação: Os espaços em branco correspondem ao fato de que o aluno não entregou nada para esta prova.

### Programas de los cursos:

#### **Introducción a los Sistemas Dinamicos.**

Bernardo San Martin (Universidad Católica del Norte, Chile)

Descripción:

- 1.- Iteración de Funciones.
- 2.- Puntos periódicos.
- 3.- Recurrencias.
- 4.- Existencia de recurrencias.
- 5.- Teorema de recurrencia de Poincare.

- 6.- Aplicaciones del intervalo.
- 7.- Clasificación de los puntos periódicos aislados. Atractores y repulsores.
- 8.- Hiperbolicidad de puntos periódicos.
- 9.- Conjuntos hiperbolicos
- 10.- Medida de conjuntos hiperbolicos.
- 11.- Principio del minimo.
- 12.- La derivada Shwarziana.
- 13.- Intervalos errantes.
- 14.- Hiperbolicidad para aplicaciones  $C^3$ .

Um aspecto importante do curso e que e baseado fortemente em exemplos.

### **Aritmética y Teoria de los Números**

Carlos Gustavo Moreira (IMPA, Brasil)

1a semana

Noción de congruencia. El anillo  $Z/nZ$  y su grupo multiplicativo  $(Z/nZ)^*$ .

Teorema fundamental de la aritmética. Teorema chino de los restos.

La función phi de Euler. Teorema de Euler.

Raíces primitivas. Resúduos quadráticos y el símbolo de Legendre.

Lei de la reciprocidad quadrática de Gauss. Comentários sobre aplicación a la criptografía.

Algunos testes de primalidad. Algunas equaciones diofantinas simples.

2a semana

Fraciones continuas e aproximaciones diofantinas.

Teoria metrica de las aproximaciones diofantinas: el Teorema de Khintchine (incluyendo el caso de aproximaciones simultaneas).

Teorema de Kronecker. Numeros mal aproximables y los espectros de Markov y Lagrange.

Relaciones con geometria fractal y sistemas dinamicos.

### **Métodos Probabilísticos en Economia Matemática**

Luciano Irineu (IMPA, Brasil)

1- Fundamentos de Probabilidad

Variáveis aleatórias. Esperança matemática . Probabilidade condicional. Independência e correlação. Lei dos grandes números. Teorema central do limite.

2 - Preferencias y Elecciones

Indivíduos (num sentido amplo, isto é, incluindo pessoas, firmas e governos) estão constantemente realizando escolhas entre diversas alternativas, como a cesta de bens que uma pessoa irá consumir, projeto que firmas irão executar, um projeto social que um governo irá financiar. Neste tópico, serão apresentadas três formas de modelar as escolhas que os indivíduos fazem, estabelecendo conexões entre elas:

- Relações de preferência
- Funções de utilidade
- Regras de escolha

Esta parte do curso introduz e coloca em perspectiva as escolhas sob incertezas, provavelmente as mais relevantes na prática.

### 3- Elección Bajo Incerteza

Uma das formas mais aceitas de escolha sob incerteza é a Teoria de Utilidade Esperada, que desenvolveremos nesta parte do curso. Esta prescreve que, em situações de incerteza, as escolhas dos indivíduos precisam levar em conta a probabilidade de que cada estado ocorra, bem como a utilidade que desfrutariam em tal estado. Além de mostrar a importância do uso de probabilidade para modelar e estudar o problema, estabeleceremos as conexões e as aplicações em finanças.